0001819540818999

名城大学

2014年 理工学部 第2問

$\frac{2\pm\sqrt{4+4\cdot 2}}{2}$ $1\pm\sqrt{3}$

$\boxed{2}$ a, bは定数で$a>0$とする．関数$f(x)=x^2-2ax+a^2+2a+b$について，次の各問に答えよ．

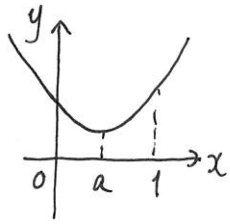
(1) 放物線$y=f(x)$の頂点の座標をaとbを用いて表せ．

(2) $0\leqq x\leqq 1$における関数$f(x)$の最小値が0であるとき，aを用いてbを表せ．

(3) $0\leqq x\leqq 1$における関数$f(x)$の最小値が0，最大値が3であるとき，aとbの値を求めよ．

(1) $f(x)=(x-a)^2+2a+b$　∴ 頂点は $(a,\ 2a+b)$ //

(2)

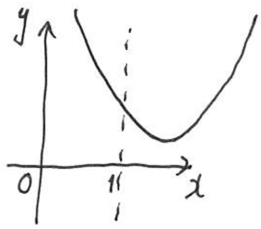


$a>0$より

(i) $0<a\leqq 1$のとき $0\leqq x\leqq 1$に

頂点が含まれているので $2a+b=0$

∴ $b=-2a$



(ii) $a>1$のとき

最小値は $f(1)=1+a^2+b=0$

∴ $b=-a^2-1$

(i), (ii)より $\begin{cases} b=-2a & (0<a\leqq 1\text{のとき}) \\ b=-a^2-1 & (a>1\text{のとき}) \end{cases}$ //

(3) (i) $0<a\leqq\frac{1}{2}$のとき

最大値は $f(1)=1+a^2+b=3$　(2)より $b=-2a$ なので $a^2-2a-2=0$

∴ $a=1\pm\sqrt{3}$　~~このうち~~ これらは $0<a\leqq\frac{1}{2}$ をみたさないので不適

(ii) $\frac{1}{2}<a\leqq 1$のとき　最大値は $f(0)=a^2+2a+b=a^2=3$

∴ $a=\pm\sqrt{3}$　$\frac{1}{2}<a\leqq 1$ をみたさないので不適

(iii) $a>1$のとき　最大値は $f(0)=a^2+2a-a^2-1=2a-1=3$　∴ $a=2$

(i)〜(iii)より $a=2,\ b=-5$ //