星薬科大学

2010 年 薬学部 第 4 問

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)=\dfrac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$ が $f(a)=\dfrac{1}{2}$，$f(b)=\dfrac{1}{5}$ を満たすとき，

$a=\dfrac{1}{2}\log_{10}\boxed{3}$，　$b=\dfrac{1}{2}(\log_{10}\boxed{3}-\log_{10}\boxed{2})$

であり，$f(a+b)$ の値は $\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{11}}$ である．

(2) 関数 $f(x)=2^{-3x}-9\cdot2^{-2x}+24\cdot2^{-x}-20$ は $-2\leqq x\leqq-\dfrac{1}{2}$ において最小値 $-\boxed{4}$，最大値 $\boxed{0}$ をとる．

(1) $f(a)=\dfrac{10^a-10^{-a}}{10^a+10^{-a}}=\dfrac{1}{2}$　$\therefore\ 2\cdot10^a-2\cdot10^{-a}=10^a+10^{-a}$

$\therefore\ 10^a-3\cdot10^{-a}=0$　$\therefore\ (10^a)^2=3$　$10^a>0$ より　$10^a=\sqrt{3}$

$\therefore\ a=\log_{10}3^{\frac{1}{2}}$ より．　$a=\frac{1}{2}\log_{10}3$ //

同様に，$f(b)=\dfrac{10^b-10^{-b}}{10^b+10^{-b}}=\dfrac{1}{5}$ より．$5\cdot10^b-5\cdot10^{-b}=10^b+10^{-b}$

$\therefore\ 4\cdot10^b-6\cdot10^{-b}=0$　$\therefore\ 4\cdot(10^b)^2=6$　$\therefore\ (10^b)^2=\dfrac{3}{2}$

$10^b>0$ より．$10^b=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$　$\therefore\ b=\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$　$\therefore\ b=\frac{1}{2}(\log_{10}3-\log_{10}2)$ //

$a+b=\frac{1}{2}(2\log_{10}3-\log_{10}2)=\log_{10}\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ f(a+b)=\dfrac{\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{3}}=\dfrac{9-2}{9+2}=\dfrac{7}{11}$ //

(2) $t=2^{-x}$ とおくと．$-2\leqq x\leqq-\frac{1}{2}$ より．$\sqrt{2}\leqq t\leqq4$

このとき，$f(x)$ を t で表したものを $g(t)$ とおくと．

$g(t)=t^3-9t^2+24t-20$

$g'(t)=3(t-4)(t-2)$

t	$\sqrt{2}$	$\cdots$	2	$\cdots$	4
$g'(t)$		+	0	−	0
$g(t)$	$26\sqrt{2}-38$	↗	0	↘	−4

$26\sqrt{2}-38>-4$ より．　最小値 -4，最大値 0 //