0002344545567999

吉備国際大学

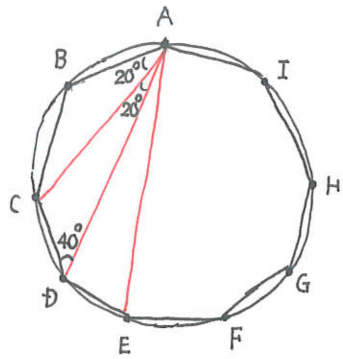
2015年B方式第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 一辺の長さ1の正9角形ABCDEFGHIについて以下の問に答えよ.

(1) 対角線の長さは何種類あるか.

(2) $\angle BAC = \angle CAD = 20°$, $\angle CDA = 40°$である. また$\cos 20° = a$とすると$\cos 40° = 2a^2 - 1$となる. このことを用いてAC, ADの長さをaの式で表せ.



(1) 右の赤線の $\underline{3種類}$ //

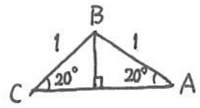
(2) $\angle BAC = \angle BCA = 20°$ $\therefore \angle ABC = 140°$

$\triangle ABC$において余弦定理より

$$AC^2 = 1 + 1 - 2\cdot 1\cdot 1\cdot \cos 140°$$
$$= 2 - 2\cos(180° - 40°)$$
$$= 2 + 2\cos 40°$$
$$= 2 + 2(2a^2 - 1)$$
$$= 4a^2$$

$AC > 0$, $a > 0$より, $\underline{AC = 2a}$ //

(1)の別解 ← 普通こっちか…



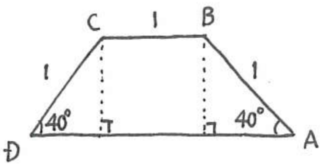
上図より, $AC = 2\cdot\cos 20° = \underline{2a}$ //

$\triangle ACD$において余弦定理より

$$AD^2 = AC^2 + 1^2 - 2AC\cdot 1\cdot \cos\angle ACD$$
$$= 4a^2 + 1 - 2\cdot 2a\cdot \cos 120°$$
$$= 4a^2 + 1 + 2a$$

$\therefore \underline{AD = \sqrt{4a^2 + 2a + 1}}$ //

(2)の別解



上図より, $AD = 2\cos 40° + 1$

$= \underline{4a^2 - 1}$ //

表し方は2通りあり, どちらでも正解