

2012年情報工学部第1問

1 関数 $f(x) = kx^3 - 3kx$ ($k > 0$) が表す座標平面上の曲線を $C : y = f(x)$ とする。曲線 C 上の 2 点 $P(p, f(p))$, $Q(ap, f(ap))$ における接線をそれぞれ ℓ_1 , ℓ_2 とする。ただし、 $p > 0$, $a \neq 1$ とする。以下の問い合わせに答えよ。

- (1) 点 P における接線 ℓ_1 の方程式を k , p を用いて表せ。
- (2) 点 Q における接線 ℓ_2 が点 P を通るとき、 a の値を求めよ。
- (3) ある k に対して 2 つの接線 ℓ_1 , ℓ_2 が点 P において垂直に交わっているとき、 k を p を用いて表せ。また、そのような k が存在する p の値の範囲を求めよ。
- (4) ある k に対して 2 つの接線 ℓ_1 , ℓ_2 が点 P において垂直に交わっているとき、接線 ℓ_2 と曲線 C によって囲まれた図形の面積 S を p を用いて表せ。