0002352367467999

名城大学

2016年 薬学部（A・F方式）第2問

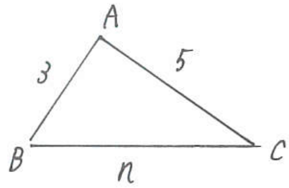
数理 石井K

$\boxed{2}$ △ABCの3辺の長さはすべて整数で，AB＝3，AC＝5とする．次の各問に答えよ．

(1) BC＝nとしたとき，nのとりうる値をすべて求めよ．

(2) $n=6$のとき，△ABCの外接円の半径を求めよ．

(3) nが(1)で求めた値を動くとき，△ABCの内接円の半径の最大値を求めよ．



(1) 三角形の成立条件より

$3+5>n$ かつ $n+3>5$

よって，$2<n<8$　nは整数より，$\underline{n=3,4,5,6,7}$ //

(2) 余弦定理より

$$\cos A=\frac{3^2+5^2-6^2}{2\cdot3\cdot5}=-\frac{1}{15}$$

$$\therefore\ \sin A=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{15}\right)^2}=\frac{4\sqrt{14}}{15}$$

正弦定理より，$\dfrac{6}{\sin A}=2R$　　$\therefore\ R=3\cdot\dfrac{15}{4\sqrt{14}}=\underline{\dfrac{45\sqrt{14}}{56}}$ //

(3) 余弦定理より

$$\cos A=\frac{3^2+5^2-n^2}{2\cdot3\cdot5}=\frac{34-n^2}{30}$$

$$\therefore\ \sin A=\sqrt{1-\left(\frac{34-n^2}{30}\right)^2}=\frac{\sqrt{-n^4+68n^2-256}}{30}=\frac{\sqrt{(64-n^2)(n^2-4)}}{30}$$

$\therefore$ △ABCの面積Sは，$S=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\sin A=\dfrac{1}{4}\sqrt{(64-n^2)(n^2-4)}$

$S=\dfrac{1}{2}r(3+5+n)$ より，$\dfrac{n+8}{2}\cdot r=\dfrac{1}{4}\sqrt{(64-n^2)(n^2-4)}$

$$\therefore\ r=\frac{1}{2(n+8)}\cdot\sqrt{(64-n^2)(n^2-4)}$$

$n=3$のとき，$r=\dfrac{1}{2\cdot11}\cdot\sqrt{55\cdot5}=\dfrac{5\sqrt{11}}{22}$，$n=4$のとき，$r=\dfrac{1}{2\cdot12}\cdot\sqrt{48\cdot12}=1$

$n=5$のとき，$r=\dfrac{1}{2\cdot13}\cdot\sqrt{39\cdot21}=\dfrac{3\sqrt{91}}{26}$，$n=6$のとき，$r=\dfrac{1}{2\cdot14}\cdot\sqrt{28\cdot32}=\dfrac{2\sqrt{14}}{7}$

$n=7$のとき，$r=\dfrac{1}{2\cdot15}\sqrt{15\cdot45}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

各値を2乗して大小比較すればよい

$\therefore$ 最大値は $\underline{\dfrac{3\sqrt{91}}{26}\ (n=5のとき)}$ //