



2014年地域第4問

4 自然数 n に対して、1 から $2n$ までのすべての自然数を次の条件 (ア) および (イ) を満たすように並べた順列 $[i_1, i_2, i_3, i_4, \dots, i_{2n-1}, i_{2n}]$ の総数を $f(n)$ とする.

(ア) $k = 1, 2, \dots, n$ に対して $i_{2k-1} < i_{2k}$

(イ) $n \geq 2$ ならば $i_1 < i_3 < \dots < i_{2n-1}$

たとえば $n = 1$ のとき条件 (ア) を満たす順列は $[1, 2]$ のみであるから $f(1) = 1$ となる.

(1) $f(2), f(3)$ を求めよ.

(2) $n = 2, 3, \dots$ とするとき、 $f(n)$ と $f(n-1)$ の間の関係式を求めよ.

(3) $f(n)$ を求めよ.