

2018年 教育学部 第3問

3 p, q を正の整数とする. 座標平面上の点 $\left(\frac{p}{q}, \frac{1}{2q^2}\right)$ を中心とし, x 軸と接する円を $C_{p,q}$ で表すことにする. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, 以下では m, n も正の整数とする.

- (1) $\frac{p}{q} < \frac{m}{n}$ とする. $qm - pn = 1$ であることは, 2つの円 $C_{p,q}$ と $C_{m,n}$ が外接するための必要十分条件であることを示せ.
- (2) $\frac{1}{2} < \frac{m}{n}$ のとき, (1) を用いて, 2つの円 $C_{2,4}$ と $C_{m,n}$ が外接しないことを示せ.
- (3) $\frac{79}{145} < \frac{m}{n}$ のとき, (1) を用いて, 2つの円 $C_{79,145}$ と $C_{m,n}$ が外接するような円 $C_{m,n}$ のうち, $n \leq 300$ の範囲で n が最大であるものを求めよ.