

2016年薬学部第1問

1 次の各設問に答えよ。

- (1) 正の実数 a, b が $\sqrt{a^3} - 2\sqrt{b^3} = (ab)^{\frac{3}{4}}$ を満たすとき, $a = \sqrt[3]{\frac{16}{イウ}} b$ である。
- (2) 方程式 $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = \sqrt{2}$ の解が $\tan \alpha, \tan(-\beta)$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) のとき $\alpha - \beta = \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}} \pi$ である。
- (3) $\left(\frac{1}{8}\right)^x - \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 16 < 0$ の解は $\boxed{カキ}^{-2} < x < \boxed{クケ}^{-1}$ である。
- (4) 箱の中に赤玉5個, 白玉4個, 黒玉3個が入っている。この箱の中から2個の玉を同時に取り出すとき, 少なくとも1個が白玉である確率は $\frac{\boxed{コサ}^{19}}{\boxed{シス}^{33}}$ である。

$$(1) a^{\frac{3}{2}} - 2b^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{3}{4}}$$

$$\text{両辺を } b^{\frac{3}{4}} (>0) \text{ で割り, } \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{4}} - 2 = 0$$

$$x = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{4}} \text{ とおくと, } x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \quad \therefore x > 0 \text{ より, } x = 2$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{4}} = 2 \quad \therefore \frac{a}{b} = 2^{\frac{4}{3}} \quad \therefore a = \sqrt[3]{16} b //$$

$$(2) \text{ 解と係数の関係より, } \tan \alpha + \tan(-\beta) = \sqrt{6} \quad \therefore \tan \alpha - \tan \beta = \sqrt{6} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\tan \alpha \cdot \tan(-\beta) = 1 - \sqrt{2} \quad \therefore \tan \alpha \cdot (-\tan \beta) = 1 - \sqrt{2} \quad \therefore \tan \alpha \cdot \tan \beta = \sqrt{2} - 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{2} \text{ より, } \alpha - \beta = \frac{\pi}{3} //$$

$$(3) \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 16 < 0$$

$$t = \left(\frac{1}{2}\right)^x (>0) \text{ とおくと, } t^3 - 4t^2 - 4t + 16 < 0$$

$$(t-4)(t-2)(t+2) < 0 \quad t > 0 \text{ より, } 2 < t < 4 \quad \therefore -2 < x < -1 //$$

(4) 余事象より

$$1 - \frac{{}^8C_2}{{}^{12}C_2} = 1 - \frac{28}{66} = \frac{19}{33} //$$

白玉が出ない確率