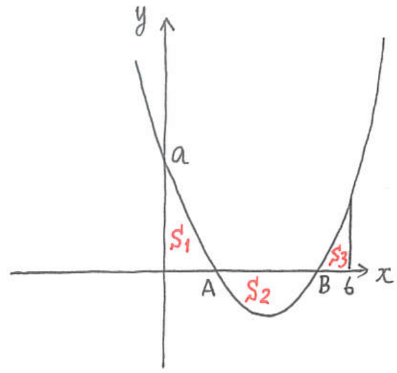
北海道薬科大学

2010年 薬学部 第4問

4 放物線 $C: y = x^2 - 6x + a$（a は正の実数）は，x 軸と，異なる2点A，Bで交わるものとする．x 座標の値の小さい方をAとする．また

C と x 軸および y 軸の3つで囲まれた部分の面積を S_1
C と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2
C と x 軸および直線 $x = 6$ の3つで囲まれた部分の面積を S_3

とする．



(1) a の取り得る値の範囲は $\boxed{0} < a < \boxed{9}$ である．

(2) $S_1 + S_3 = S_2$ となるのは $a = \boxed{6}$ のときである．

(3) (2)が成り立つとき

Aの x 座標は $\boxed{3} - \sqrt{\boxed{3}}$
Bの x 座標は $\boxed{3} + \sqrt{\boxed{3}}$
であり，$S_1 + S_3$ の値は $\boxed{4}\sqrt{\boxed{3}}$ である．

(1) $x^2 - 6x + a = 0$ の判別式を D とすると

$D/4 = 9 - a > 0 \quad \therefore a < 9$

a は正の実数より，$\underline{0 < a < 9}$ //

(2) $S_1 + S_3 = S_2 \iff \int_0^6 x^2 - 6x + a \, dx = 0$

であるから，

$$\int_0^6 x^2 - 6x + a \, dx = \left[\frac{x^3}{3} - 3x^2 + ax\right]_0^6$$
$$= 72 - 108 + 6a$$
$$= 6a - 36$$

$\therefore 6a - 36 = 0$ より，$\underline{a = 6}$ //

(3) $x^2 - 6x + 6 = 0$ を解いて，$\underline{\text{A の } x \text{ 座標は } 3 - \sqrt{3}\text{，B の } x \text{ 座標は } 3 + \sqrt{3}}$ //

α とおく　β とおく

$$S_1 + S_3 = S_2 = \int_\alpha^\beta -x^2 + 6x - 6 \, dx$$
$$= -\int_\alpha^\beta (x - \alpha)(x - \beta) \, dx$$
$$= \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$
$$= \frac{1}{6}(2\sqrt{3})^3$$
$$= \underline{4\sqrt{3}}$$ //