0002116273887999

北海道薬科大学

2015年 薬学部 第2問

数理 石井K

2 次の各設問に答えよ．

(1) 数列 10, 22, 41, 74, …は，初項が $\boxed{ア}$ 3，公差が $\boxed{イ}$ 5 の等差数列と，初項が $\boxed{ウ}$ 7，公比が $\boxed{エ}$ 2 の等比数列の和で表すことができる．

(2) a，b を正の実数として，xy 平面上に3点 O(0, 0)，P(a, 8)，Q(b, 0) をとる．∠OPQ = 90° の三角形 OPQ の面積は，$a = \boxed{オ}$ 8，$b = \boxed{カキ}$ 16 のとき，最小値 $\boxed{クケ}$ 64 をとる．

(1) $a_n = a + d\cdot(n-1) + b\cdot r^{n-1}$ とおくと．

$a_1 = 10$ より．$a + b = 10$ …①

$a_2 = 22$ より．$a + d + br = 22$ …②

$a_3 = 41$ より．$a + 2d + br^2 = 41$ …③

$a_4 = 74$ より．$a + 3d + br^3 = 74$ …④

②−① より．$d + b(r-1) = 12$ …⑤

③−② より．$d + br(r-1) = 19$ …⑥

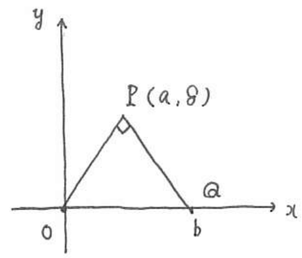
④−③ より．$d + br^2(r-1) = 33$ …⑦

⑥−⑤ より．$b(r^2 - 2r + 1) = 7$ …⑧

⑦−⑥ より．$br(r^2 - 2r + 1) = 14$ …⑨

⑧,⑨ より．$r = 2$，$b = 7$　① に代入して $a = 3$　⑤ に代入して $d = 5$

∴ 初項が 3，公差が 5 の等差数列と，初項が 7，公比が 2 の等比数列の和 //



OP ⊥ PQ より

$$\frac{8}{a}\cdot\frac{-8}{b-a} = -1$$

$$\therefore\ ab - a^2 = 64 \quad \cdots(*)$$

(2) $\triangle OPQ = \frac{1}{2}\cdot b\cdot 8$

$= 4b$

(*) より，$\triangle OPQ = \dfrac{4(a^2+64)}{a} = 4\left(a + \dfrac{64}{a}\right)$

ここで 相加・相乗の関係より．$a + \dfrac{64}{a} \geqq 2\sqrt{a\cdot\dfrac{64}{a}} = 16$

等号成立は．$a = 8$ のとき //　このとき (*) より．$b = 16$ //，$\triangle OPQ = 64$ //