2016年 薬学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=\left(\log_4 \frac{x^2}{4}\right)^4 - \log_2 \frac{x^4}{32}$ $(1 \leqq x \leqq 16)$ について，次の設問に答えよ．

(1) $\log_2 x$ の最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である．

4　　0

(2) $f(x)$ は

$$f(x)=(\log_2 x + \boxed{ウエ})^{\boxed{オ}} + \boxed{カキ}\log_2 x + \boxed{ク}$$

オ: 4　ウエ: -1　カキ: -4　ク: 5

と表すことができる．

(3) $f(x)$ は

$x=\boxed{ケコ}$ のとき，最大値 $\boxed{サシ}$

$x=\boxed{ス}$ のとき，最小値 $\boxed{セソ}$

をとる．

ケコ: 16　サシ: 70　ス: 4　セソ: -2

(1) $y=\log_2 x$ のグラフは単調増加より

$1 \leqq x \leqq 16$ において．最大値は $\log_2 16 = 4$，最小値は $\log_2 1 = 0$ //

(2)

$$f(x) = (\log_4 x^2 - \log_4 4)^4 - (\log_2 x^4 - \log_2 32)$$

$$= (2\log_4 x - 1)^4 - (4\log_2 x - 5)$$

$$= \left(2\cdot\frac{\log_2 x}{\log_2 4} - 1\right)^4 - 4\log_2 x + 5$$

$$= (\log_2 x - 1)^4 - 4\log_2 x + 5 \text{ //}$$

(3) $t=\log_2 x$ とおいて．$f(x)$ を t で表したものを $g(t)$ とする．ここで (1) より $0 \leqq t \leqq 4$

$$g(t) = (t-1)^4 - 4t + 5$$

$\therefore$ $g'(t) = 4(t-1)^3 - 4$

$\therefore$ $g'(t) = 0$ となるのは $t=2$ のとき．

$x=4$ のとき

$x=1$　$x=4$　$x=16$

t	0	…	2	…	4
$g'(t)$		−	0	+	
$g(t)$	6	↘	−2	↗	70

増減表 より．$x=16$ のとき 最大値 70，$x=4$ のとき 最小値 -2 //