2013年 薬学部 第4問

増田

4 座標平面上において，2点 A$(-2,\ 5)$，B$(7,\ -1)$ を通る直線を ℓ とする．また，点 P は放物線 $y=-3x^2$ 上を動く．

(1) 線分 AB の長さは $\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イウ}}$ である．　3　$\sqrt{13}$

(2) 直線 ℓ の方程式は $y=-\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}x+\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ である．　$\dfrac{2}{3}$　$\dfrac{11}{3}$

(3) △ABP の面積の最小値は $\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$ であり，このとき点 P の座標は $\left(\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}},\ \dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タチ}}\right)$ である．　$\dfrac{49}{3}$　$\dfrac{1}{9}$　$\dfrac{-1}{27}$

(1) $AB=\sqrt{\{7-(-2)\}^2+(-1-5)^2}=\sqrt{81+36}=\sqrt{117}=\underline{3\sqrt{13}}$ //

(2) AB の傾きは $\dfrac{-1-5}{7-(-2)}=\dfrac{-6}{9}=-\dfrac{2}{3}$

ℓ : $y=-\dfrac{2}{3}x+b$ とおき、これが $(-2,5)$ を通るので

$5=-\dfrac{2}{3}\times(-2)+b$　　$b=5-\dfrac{4}{3}=\dfrac{11}{3}$

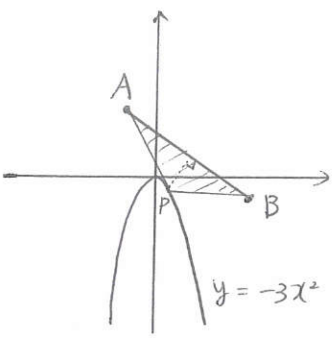
よって ℓ の方程式　$\underline{y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{11}{3}}$ //

(3) 点 P の座標を $(t,-3t^2)$ とおく。

ℓ の方程式は整理すると　$2x+3y-11=0$

直線 ℓ と点 P のキョリ（△ABP の、底辺を AB としたときの高さ）は

$\dfrac{|2t-9t^2-11|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{|-9t^2+2t-11|}{\sqrt{13}}$ …①



$g(t)=-9t^2+2t-11$ とおく。

$g(t)=-9\left(t-\dfrac{1}{9}\right)^2-\dfrac{98}{9}<0$

$g(t)$ は常に負なので $|g(t)|=-g(t)=9\left(t-\dfrac{1}{9}\right)^2+\dfrac{98}{9}$

△ABP の面積は、① が最小になるときで、このとき $t=\dfrac{1}{9}$

面積の最小値は　$3\sqrt{13}\times\dfrac{\frac{98}{9}}{\sqrt{13}}\times\dfrac{1}{2}=\underline{\dfrac{49}{3}}$ //

このとき点 P の座標は　$\underline{\left(\dfrac{1}{9},\ -\dfrac{1}{27}\right)}$ //