

2013年 経済・地域政策 第1問

 数理
石井K
1 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 4, \quad a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定まる数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

$$(1) \quad a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n)$$

 $\therefore b_{n+1} = 3b_n \quad \therefore$ 数列 $\{b_n\}$ は初項 $a_2 - a_1 = 2$, 公比 3 の

 等比数列なので, $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

(2) (1) より.

 b_n は a_n の階差数列であることから

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (n \geq 2)$$

$$= 2 + \sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^{k-1}$$

$$= 2 + 2 \cdot \frac{1 - 3^{n-1}}{1 - 3}$$

$$= 2 + 3^{n-1} - 1$$

$$= 3^{n-1} + 1$$

これは $n=1$ のときも含んでいるので

$$\underline{a_n = 3^{n-1} + 1}$$