0001638811638999

北海道大学

2014年 理系 第1問

$\boxed{1}$ $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$ とする.

(1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値，およびそのときの x を求めよ.

(2) 曲線 $y = f(x)$ に2点 $(a,\ f(a))$ と $(b,\ f(b))$ $(a < b)$ で接する直線の方程式を求めよ.

(1) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 16x$

$= 4x(x - \cancel{3}\,4)(x+1)$

$\therefore$ $f'(x) = 0$ となるのは $x = -1, 0, 4$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-128	$\nearrow$
		極小		極大		極小	

右の増減表より

$$\begin{cases} \text{極大値は } 0 \ (x = 0 \text{ のとき}) \\ \text{極小値は } -3 \ (x = -1 \text{ のとき}) \text{ と } -128 \ (x = 4 \text{ のとき}) \end{cases}$$ //

(2) 求める直線の式を ~~$y = k(x-a)^2(x-b)^2$~~

$y = px + q$ とおくと.

$x^4 - 4x^3 - 8x^2 - px - q = (x-a)^2(x-b)^2$

$= \{x^2 - (a+b)x + ab\}^2$

$= x^4 - 2(a+b)x^3 + (a+b)^2x^2 - 2ab(a+b)x + 2abx^2 + a^2b^2$

$$\therefore \begin{cases} a+b = 2 \\ (a+b)^2 + 2ab = -8 \\ -2ab(a+b) = -p \\ a^2b^2 = -q \end{cases} \iff \begin{cases} a+b = 2 \\ 2ab = -12 \\ 12 \times 2 = -p \\ (-6)^2 = -q \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} p = -24 \\ q = -36 \end{cases}$$

$\therefore$ $y = -24x - 36$ //