0001945814508999

北海学園大学

2014年 工学部（建築）第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx-8$ と $g(x)=x^2-4x+8$ がある．$f(x)$ は $x=2$ で極大値 0 をとり，$x=p$ で極小値 $f(p)$ をとる．また，曲線 $y=f(x)$ が点 $(1,\ -4)$ を通るとき，次の問いに答えよ．ただし，a, b, c は定数とする．

(1) a, b, c の値を求めよ．また，極小値 $f(p)$ を求めよ．

(2) 曲線 $y=g(x)$ に点 $(p,\ f(p))$ から引いた2本の接線の方程式を求めよ．

(3) 曲線 $y=g(x)$ と (2) で求めた2本の接線で囲まれた部分の面積を求めよ．

(1) $f'(x)=3ax^2+2bx+c$　　$f'(2)=12a+4b+c=0 \cdots ①$

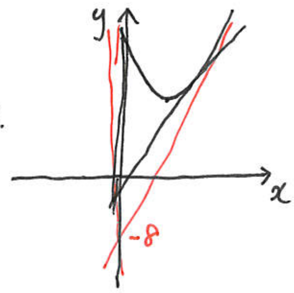
$f(2)=8a+4b+2c-8=0 \cdots ②$

$y=f(x)$ が $(1,-4)$ を通るので，$-4=a+b+c-8 \cdots ③$

$\therefore$ ①，②，③より $\underline{a=-2,\ b=6,\ c=0}$ //

このとき，$f(x)=-2x^3+6x^2-8$，$f'(x)=-6x^2+12x=-6x(x-2)$

$\therefore p=0$，$\underline{f(p)=f(0)=-8}$ //



(2) $g'(x)=2x-4$　接点を $(t,\ t^2-4t+8)$ とすると接線は，

$y=(2t-4)(x-t)+t^2-4t+8$

これが $(0,-8)$ を通るので，$-8=-2t^2+4t+t^2-4t+8$

$\therefore t=\pm4$　　$\therefore \underline{y=4x-8,\ y=-12x-8}$ //

(3) $S=\int_{-4}^{0} x^2-4x+8-(-12x-8)\,dx+\int_{0}^{4} x^2-4x+8-(4x-8)\,dx$

$=\int_{-4}^{0}(x+4)^2\,dx+\int_{0}^{4}(x-4)^2\,dx$

$=\left[\dfrac{(x+4)^3}{3}\right]_{-4}^{0}+\left[\dfrac{(x-4)^3}{3}\right]_{0}^{4}$

$=\underline{\dfrac{128}{3}}$ //