0001945454508999

北海学園大学

2014年 経済学部1部 第3問

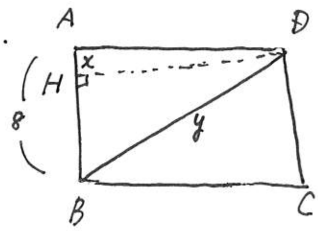
数理 石井K

$\boxed{3}$ 対角線が AC，BD である平行四辺形 ABCD の面積は $8\sqrt{15}$ であり，三角形 ABD は鋭角三角形である．このとき，頂点 D から辺 AB に下ろした垂線を DH とし，AB = 8，AH = x，BD = y とする．ただし，$x > 0$，$y > 0$ とする．

(1) $1 \leqq x \leqq 7$ のとき，y の値の範囲を求めよ．

(2) $x = 1$ のとき，三角形 ABD の内接円の面積 S の値を求めよ．

(3) 三角形 ABD の内接円と三角形 BCD の内接円が接するとき，x の値を求めよ．



(1) $\triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot DH = 4\sqrt{15}$ より $DH = \sqrt{15}$

$\therefore y^2 = (8-x)^2 + 15$　　軸は $x=8$

$= (x-8)^2 + 15$　　$\therefore y^2$ は $x=1$ のとき最大値 64

$x=7$ のとき最小値 16 をとる．

$\therefore y > 0$ なので，$\underline{4 \leqq y \leqq 8}$ //

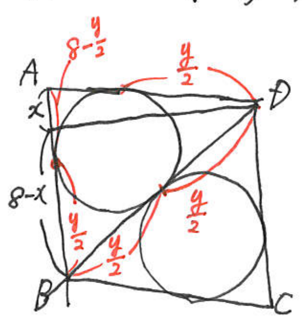
(2) 内接円の半径を r とおくと，$AD^2 = 1^2 + 15 = 16$　$\therefore AD = 4$ より．

ここで $y^2 = 15 + 7^2 = 64$　$\therefore y = 8$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} r (4+8+8) = 4\sqrt{15}$　$\therefore r = \frac{2\sqrt{15}}{5}$

$\therefore S = \pi \cdot \left(\frac{2\sqrt{15}}{5}\right)^2 = \underline{\frac{12}{5}\pi}$ //

(3)



$AD = \sqrt{x^2 + 15}$

$\therefore \sqrt{x^2+15} = 8$

$\therefore \underline{x = 7}$ //