0001800549918999

北星学園大学

2011年 経済学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ △ABCについて，以下の問に答えよ.

(1) $\sin^2 B+\sin^2 C=\sin^2 A$ のとき，∠Aの大きさを求めよ.

(2) $\sin^2 B+\sin^2 C>\sin^2 A$ のとき，∠Aが鋭角であることを証明せよ.

(1) 正弦定理より △ABCの外接円の半径をRとおくと.

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

$$\therefore \sin A=\frac{a}{2R},\ \sin B=\frac{b}{2R},\ \sin C=\frac{c}{2R}$$

これを与式に代入して. $\dfrac{b^2}{4R^2}+\dfrac{c^2}{4R^2}=\dfrac{a^2}{4R^2}$

$\therefore b^2+c^2=a^2$ が成り立つ.

これは △ABCが $\angle A=90^\circ$ の直角三角形であることを表している

$\therefore \underline{\angle A=90^\circ}$ //

(2) (1)と同様にすると.

$b^2+c^2>a^2 \quad \cdots ①$

一方，余弦定理より， $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \quad \cdots ②$

② より $b^2+c^2=a^2+2bc\cos A$ これを ① に代入して

$$a^2+2bc\cos A>a^2$$

$$\therefore bc\cos A>0$$

$b>0,\ c>0$ より. $\cos A>0$ $A>0^\circ$ であるから

$\therefore 0^\circ<A<90^\circ$ となり. ∠Aは鋭角 ▨