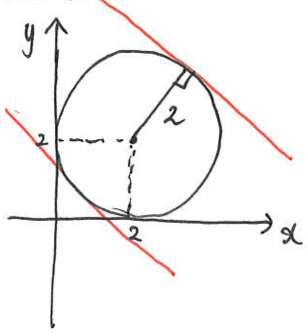
0001806633918999

2014年 理系 第2問

$\boxed{2}$ 条件 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ を満たす実数 x, y を考える．$t=x+y$ とおく．

$y=-x+t$

数理 石井K



(1) t のとりうる値の範囲は

$$\boxed{ア}-\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}} \leqq t \leqq \boxed{エ}+\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$$

4　2　2　4　2　2

である．

(2) $z=x^3+y^3-6xy$ を t で表すと

$$z=-\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}t^3+\boxed{ケ}t^2+\boxed{コ}t-\boxed{サシ}$$

キ 1，ク 2，ケ 3，コ 6，サシ 12

となり，z の最大値は $\boxed{ス}+\boxed{セソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ であり，z の最小値は $\boxed{チ}-\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}$ である．

ス 8，セソ 16，タ 2，チ 4，ツ 4，テ 2

(1) 右上の図より．$\dfrac{|2+2-t|}{\sqrt{1+1}}=2$ $\quad\therefore\ |4-t|=2\sqrt{2}$

$\therefore\ t^2-8t+16=8$ $\quad\therefore\ t^2-8t+8=0$ $\quad t=\dfrac{8\pm\sqrt{64-4\cdot 8}}{2}=4\pm2\sqrt{2}$

$\therefore\ \underline{4-2\sqrt{2}\leqq t\leqq 4+2\sqrt{2}}$ //

(2) $z=(x+y)^3-3xy(x+y)-6xy$

$=t^3-3xyt-6xy$

$=t^3-3t\cdot\left(\frac{1}{2}t^2-2t+2\right)-6\left(\frac{1}{2}t^2-2t+2\right)$

$=t^3-\frac{3}{2}t^3+6t^2-6t-3t^2+12t-12$

$=\underline{-\frac{1}{2}t^3+3t^2+6t-12}$ //

ここで

$x^2-4x+4+y^2-4y+4=4$

$\therefore\ t^2-2xy-4t+4=0$

$\therefore\ 2xy=t^2-4t+4$

$\therefore\ xy=\frac{1}{2}t^2-2t+2$

$z'=-\frac{3}{2}t^2+6t+6$

$=-\frac{3}{2}(t^2-4t-4)$

$\therefore\ z'=0$ となるのは，$t=\dfrac{4\pm\sqrt{16+16}}{2}=2\pm2\sqrt{2}$

t	$4-2\sqrt{2}$	$\cdots$	$2+2\sqrt{2}$	$\cdots$	$4+2\sqrt{2}$
z'	0	$+$	0	$-$	
z	$4-4\sqrt{2}$	↗	$8+16\sqrt{2}$	↘	$4+4\sqrt{2}$

z の最大値は $8+16\sqrt{2}$

最小値は $\underline{4-4\sqrt{2}}$ //