

2014年工学部第1問

 数理  
石井K

1 下の問いに答えなさい。

- (1)  $n$  を自然数とする。それぞれに  $1, 10, 100, \dots, 10^{n-1}$  が書かれた  $n$  枚のカードが袋の中に入っている。この袋から1枚のカードを取り出し、書かれた数を  $X$  とするとき、 $X$  の期待値を求めなさい。
- (2)  $n$  を2以上の自然数とする。それぞれに  $1, 10, 100, \dots, 10^{n-1}$  が書かれた  $n$  枚のカードが袋の中に入っている。この袋から同時に2枚のカードを取り出し、書かれた数の和を  $Y$  とするとき、 $Y$  の期待値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) E(X) &= 1 \cdot \frac{1}{n} + 10 \cdot \frac{1}{n} + 100 \cdot \frac{1}{n} + \dots + 10^{n-1} \cdot \frac{1}{n} \\
 &= \frac{1}{n} (1 + 10 + 100 + \dots + 10^{n-1}) \\
 &= \frac{1}{n} \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \\
 &= \frac{10^n - 1}{9n} //
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) E(Y) &= (1+10) \cdot \frac{1}{nC_2} + (1+100) \cdot \frac{1}{nC_2} + \dots + (10^{n-2} + 10^{n-1}) \cdot \frac{1}{nC_2} \\
 &= \frac{1}{nC_2} \left\{ 1 \cdot (n-1) + 10 \cdot (n-1) + 100 \cdot (n-1) + \dots + 10^{n-1} \cdot (n-1) \right\} \\
 &= \frac{2(n-1)}{n(n-1)} \cdot (1 + 10 + 100 + \dots + 10^{n-1}) \\
 &= \frac{2}{n} \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \\
 &= \frac{2(10^n - 1)}{9n} //
 \end{aligned}$$