

2010年 経済学部 第4問

4  $xy$ 平面上に点 $P_0$ を原点とし、点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ が $y$ 軸上の正の部分にこの順に並んでいる。 $y = x^2 (x > 0)$ 上に点 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ がこの順に並んでおり、 $k = 1$ から $n$ に対し、 $\angle Q_k P_{k-1} P_k = \angle Q_k P_k P_{k-1} = \theta$ が成り立っている。 $\frac{1}{\tan \theta} = t$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P_1, P_2, P_3$ の座標を求めよ。
- (2)  $P_n(0, y_n), Q_n(x_n, x_n^2)$ とするとき、 $y_n$ を $x_{n+1}$ で表せ。
- (3) 点 $P_n$ の座標を推測して、その結果を数学的帰納法で証明せよ。