

2015年神学・経済第5問

5 集合 X_k は次のように定義される。

$$X_k = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \text{ は } k \text{ 桁の自然数で, } x \text{ の全ての位に } 1 \text{ を含まない.} \right\}$$

また, $n(X_k)$ は X_k の要素の個数, $s(X_k)$ は X_k の全ての要素の和とする. たとえば, $n(X_1) = 8$, $s(X_1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9}$ である. 以下の問に答えよ.

- (1) $n(X_3)$ を求めよ.
- (2) $s(X_1) < 4$ を証明せよ.
- (3) $s(X_2) < \frac{18}{5}$ を証明せよ.
- (4) $s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) < \frac{271}{25}$ を証明せよ.