

2014年薬学部(薬)第4問

4 r は2以上9以下の自然数とする。 n を r 以上の自然数として、次の条件を満たす n 桁の自然数を考える。

- (i) 各位の数は1から r までの数1, 2, ..., r のどれかである。
 (ii) 1, 2, ..., r のどの一つも必ずどこかの位に現れる。

このような自然数全体の集合を考え、この集合の要素の個数を ${}_rS_n$ とおく。また、この集合のすべての要素の和を $f_r(n)$ とおく。

(1) $r = 2$ とする。(i) ${}_2S_2 = \square \text{ア}$, ${}_2S_3 = \square \text{イ}$ である。一般に、 ${}_2S_n = \square \text{ウ}$ ^{n} - $\square \text{エ}$ である。(ii) $f_2(2) = \square \text{オ} \square \text{カ}$, $f_2(3) = \square \text{キ} \square \text{ク} \square \text{ケ}$ である。一般に、 $f_2(n) = \frac{\square \text{コ}}{\square \text{サ}} (\square \text{シ} \square \text{ス}$ ^{n} - 1) $\cdot {}_2S_n$ が成り立つ。(2) $r = 3$ とする。(i) ${}_3S_n = \square \text{セ}$ ^{n} - $\square \text{ソ}$ $\cdot \square \text{ウ}$ ^{n} + $\square \text{タ}$ である。(ii) $f_3(n) = \frac{\square \text{チ}}{\square \text{ツ}} (\square \text{シ} \square \text{ス}$ ^{n} - 1) $\cdot {}_3S_n$ が成り立つ。(3) $r = 4$ とする。(i) ${}_4S_n = \square \text{テ}$ ^{n} - $\square \text{ト}$ $\cdot \square \text{セ}$ ^{n} + $\square \text{ナ}$ $\cdot \square \text{ウ}$ ^{n} - $\square \text{ニ}$ である。(ii) $f_4(n) = \frac{\square \text{ヌ}}{\square \text{ネ} \square \text{ノ}} (\square \text{シ} \square \text{ス}$ ^{n} - 1) $\cdot {}_4S_n$ が成り立つ。