



2012年 第2問

数理
石井K2 n が奇数のとき,

$$S = n + (n+1)^2 + (n+2)^3$$

は16の倍数であることを示せ.

$$S = n + (n^2 + 2n + 1) + (n^3 + 6n^2 + 12n + 8)$$

$$= n^3 + 7n^2 + 15n + 9$$

$$= (n+1)(n^2 + 6n + 9)$$

$$= (n+1)(n+3)^2$$

ここで、 n が奇数より、 $n = 2k+1$ (k : 整数)とおくと,

$$S = (2k+2)(2k+4)^2$$

$$= 8(k+1)(k+2)^2$$

 $k+1$ と $k+2$ は連続する整数より、一方は偶数であり, $(k+1)(k+2)^2$ は偶数 $\therefore S$ は16の倍数である \square