

2014年 経済学部 第4問

4 以下の問に答えよ。

(1)  $(2x-1)^7$  を展開したときの負の係数の中で、その値が最も小さい項の次数を述べよ。

(2) 次の命題の否定を述べ、その真偽を調べよ。偽の場合には反例をあげよ。

「すべての実数  $x, y$  について、 $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 1 > 0$  である」

$$\begin{aligned}
 (1) (2x-1)^7 &= (2x)^7 - {}^7C_1 \cdot (2x)^6 + {}^7C_2 \cdot (2x)^5 - {}^7C_3 \cdot (2x)^4 + {}^7C_4 \cdot (2x)^3 \\
 &\quad - {}^7C_5 \cdot (2x)^2 + {}^7C_6 \cdot 2x - 1 \\
 &= 128x^7 - 448x^6 + 672x^5 - 560x^4 + 280x^3 - 84x^2 + 14x - 1
 \end{aligned}$$

∴ 次数4 //

次数  $n$  の項の係数を  $a_n$  とし、 $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  を  
調べてもできるが、このくらいなら、二項定理で  
展開した方が速い。

(2) 命題の否定は、

「ある 実数  $x, y$  について、 $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 1 \leq 0$  である」

$$\begin{aligned}
 x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 1 &= x^2 - 2(y-1)x + (y-1)^2 \\
 &= \{x - (y-1)\}^2
 \end{aligned}$$

∴  $x - y + 1 = 0$  のとき命題の否定をみたす。

すなわち、

真である ( $y = x + 1$  を満たす  $x, y$  について否定が成り立つ) //

ポイント  
否定を作るとき  
すべての  $\rightarrow$  ある  
 $> \leftarrow \leq$