



2015年文系第2問

2  $n$  を自然数とし、 $p_n, q_n$  を実数とする。ただし、 $p_1, q_1$  は  $p_1^2 - 4q_1 = 4$  を満たすとする。2次方程式  $x^2 - p_n x + q_n = 0$  は異なる実数解  $\alpha_n, \beta_n$  をもつとする。ただし、 $\alpha_n < \beta_n$  とする。 $c_n = \beta_n - \alpha_n$  とおくと、数列  $\{c_n\}$  は

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $r_n = \log_2(n\sqrt{n} + \sqrt{n})$  とするとき、 $\frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}$  を  $r_n, r_{n+1}$  を用いて表せ。
- (2)  $c_n$  を  $n$  の式で表せ。
- (3)  $p_n = n\sqrt{n}$  であるとき、 $q_n$  を  $n$  の式で表せ。