



2010年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第3問

3 座標平面において、点 $C(0, \frac{1}{2})$ を中心とし、半径が $\frac{1}{2}$ の円を S とする。 S 上に点 $N(0, 1)$ をとり、 $\overrightarrow{ON} = \vec{n}$ とする。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、 O は原点を表すものとする。

- (1) x 軸上に点 $P(x, 0)$ をとり、直線 NP と円 S との交点のうち、 N と異なるものを Q とする。 $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ とおき、 \overrightarrow{OQ} を $\overrightarrow{OQ} = a\vec{p} + b\vec{n}$ の形で表したとき、 a, b を x で表せ。
- (2) x 軸上に2点 $P_1(x_1, 0)$, $P_2(x_2, 0)$ をとる。直線 NP_1 と円 S との交点のうち、 N と異なるものを Q_1 とし、直線 NP_2 と円 S との交点のうち、 N と異なるものを Q_2 とする。このとき、 $x_1x_2 = -1$ が成り立っていれば

$$\overrightarrow{CQ_1} + \overrightarrow{CQ_2} = \vec{0}$$

が成立することを証明せよ。ただし、 $\vec{0}$ は零ベクトルを表すものとする。