0001959720408999

星薬科大学

2014年 薬学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 次の問に答えよ．

(1) 不等式 $\dfrac{1}{125^{x^2}} > 5^{20-17x}$ を満たす x の値の範囲は $\dfrac{\boxed{32}\ 5}{\boxed{33}\ 3} < x < \boxed{34}\ 4$ である．また，x がこの値の範囲内で方程式 $\dfrac{x^{16}}{256} = x^{8\log_2 x}$ を満たすとき，x の値は $x = \boxed{35}\ 2$ となる．

(2) k を定数として，x の方程式 $2^{3x} - 2^{2(x+1)} + 2^{x+2} + 2^x - 3 = k$ の解が1つの実数解のみであるとき，k がとりえる値の範囲は

$$-\underset{3}{\boxed{36}} < k < -\frac{\overset{3\ \ 1}{\boxed{37}\boxed{38}}}{\underset{2\ \ 7}{\boxed{39}\boxed{40}}},\quad -\underset{1}{\boxed{41}} < k$$

である．

(1) $(5^{-3})^{x^2} > 5^{20-17x}$　$\therefore -3x^2 > 20-17x$

$\therefore 3x^2 - 17x + 20 < 0$　$(3x-5)(x-4) < 0$　$\therefore \underline{\dfrac{5}{3} < x < 4}$ //

$\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^8 = \left(x^{\log_2 x}\right)^8$　$\therefore \dfrac{x^2}{2} = x^{\log_2 x}$

$x > 1$ より．両辺，底 x の対数をとると．$2 - \log_x 2 = \log_2 x$

$\therefore 2 - \dfrac{\log_2 2}{\log_2 x} = \log_2 x$　　$t = \log_2 x$ とおくと．

$t^2 - 2t + 1 = 0$　$(t-1)^2 = 0$　$\therefore t = 1$　$\therefore \underline{x = 2}$ //

(2) $t = 2^x$ とおく．$(t > 0)$

方程式の左辺を $f(t)$ とおくと．$f(t) = t^3 - 4\cdot t^2 + 4t + t - 3$

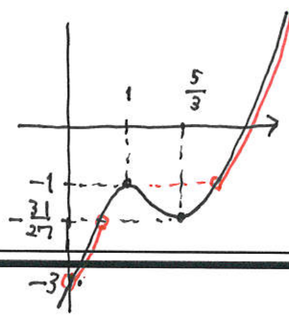
$\therefore f'(t) = 3t^2 - 8t + 5$

$= (3t-5)(t-1)$

t	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$	$\frac{5}{3}$	$\cdots$	(∞)
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
	(-3)	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\frac{31}{27}$	$\nearrow$	(∞)

極大　極小

$\therefore f'(t) = 0$ となるのは．$t = \dfrac{5}{3}, 1$



$\therefore \underline{-3 < k < -\dfrac{31}{27},\ -1 < k}$ //