星薬科大学

2015年 薬学部 第3問

3 次の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x) = 2\log_2(2-x) + \log_2 x$ は $x = \dfrac{\boxed{16}}{\boxed{17}}$ で最大値 (2, 3)

$\boxed{18} - \boxed{19}\log_2\boxed{20}$ (5, 3, 3)

をとる．

(2) $\log_2 5 = 2.32$，$\log_2 11 = 3.46$，m と n を正の整数，$0 < a < 1$ とするとき，

$$\log_2 113 = m\left(m - \frac{1}{2}\right) + n + a$$

と表すことができるような $(m,\ n)$ の組合せは，m の値の小さいほうから順に，$(\boxed{21},\ \boxed{22})$ と $(\boxed{23},\ \boxed{24})$ である． (1, 6, 2, 3)

(1) 真数条件より，$2-x>0$ かつ $x>0 \iff 0<x<2$ …①

また，$f(x) = \log_2(2-x)^2 x$

ここで，$g(x) = (2-x)^2 x$ とおくと，

$g'(x) = 3x^2 - 8x + 4$

$\quad = (3x-2)(x-2)$

$g'(x) = 0$ となるのは $x = \frac{2}{3}$ 増減表は右のようになる．

x	(0)	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	(2)
$g'(x)$		$+$	0	$-$	(0)
$g(x)$		$\nearrow$	$\frac{32}{27}$	$\searrow$	

∴ $g(x)$ の最大値は $\frac{32}{27}$，$(x = \frac{2}{3}$ のとき$)$

∴ $f(x)$ は $x = \frac{2}{3}$ で最大値 $\log_2\frac{32}{27} = 5 - 3\log_2 3$ をとる //

(2) $\log_2 110 < \log_2 113 < \log_2 121$ より．$6.78 < \log_2 113 < 6.92$

∴ $m=1$ のとき，$n=6$ ととれば $0<a<1$ をみたす．

$m=2$ のとき，$n=3$ ととれば $0<a<1$ をみたす．

∴ $(m, n) = (1, 6), (2, 3)$ //