

2018年薬学部第5問

5 p と q をそれぞれ実数として, xy 平面上の2つの放物線

$$C_1: y = 2x^2$$

$$C_2: y = -x^2 + px + q$$

が唯一つの共有点 $(1, 2)$ をもち, その共有点での接線が一致している. さらに, t を正の実数とし, 放物線 C_2 を x 方向に $-t$, y 軸方向に $2t$ だけ平行移動して得られる放物線を C_3 とする. 次の問に答えよ.

(1) $p = \boxed{35}$, $q = -\boxed{36}$ である.

(2) 放物線 C_1 と C_3 とで囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする. ただし, C_1 と C_3 とで囲まれた部分が無い場合には $S(t) = 0$ とする. このとき

$$S(t) = \begin{cases} \frac{4(-\boxed{37}t^2 + \boxed{38}\boxed{39}t)^{\frac{3}{2}}}{\boxed{40}\boxed{41}} & (0 < t < \boxed{42}) \\ 0 & (t \geq \boxed{42}) \end{cases}$$

である.

(3) $t > 0$ において $S(t)$ は $t = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}$ で最大値 $\boxed{45}\boxed{46}\sqrt{\boxed{47}}$ をとる.