2013年 薬学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ nを2以上の自然数とし，n人でじゃんけんをして勝敗が決まるまでじゃんけんをくり返すとする．次の問に答えよ．

(1) $n=2$のとき，1回目のじゃんけんで勝敗が決まる確率は $\dfrac{\boxed{}\ 2}{\boxed{}\ 3}$，2回目のじゃんけんで勝敗が決まる確率は $\dfrac{\boxed{}\ 2}{\boxed{}\ 9}$ である．

(2) $n=3$のとき，4回目のじゃんけんで1人が勝って勝敗が決まる確率は $\dfrac{\boxed{}\ 1}{\boxed{}\boxed{}\ 81}$ である．また，4回目のじゃんけんで勝敗が決まる確率は $\dfrac{\boxed{}\ 2}{\boxed{8}\boxed{1}}$ である．

(3) 1回目のじゃんけんで勝敗が決まる確率よりも，決まらない確率の方が大きくなる場合のnの最小値は $\boxed{}$ 5 である．

6 グーであいこ，パーであいこ，チョキであいこ

(1) $n=2$のとき，あいこになるのは，$\dfrac{3}{3^2}=\dfrac{1}{3}$ ∴勝敗が決まるのは，$1-\dfrac{1}{3}=\underline{\dfrac{2}{3}}$ //

2回目で決まるのは，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\underline{\dfrac{2}{9}}$ //

(2) $n=3$のとき．1回のじゃんけんで，

1人が勝つのは，$\dfrac{{}_3C_1\times{}_3C_1}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

2人が 〃 $\dfrac{{}_3C_2\times{}_3C_1}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

あいこになるのは，$1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$

4回目で1人が勝つのは，

∴ $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\cdot\dfrac{1}{3}=\underline{\dfrac{1}{81}}$ //

同様に，4回目で2人が勝つのは，$\dfrac{1}{81}$ ∴4回目で決まるのは $\underline{\dfrac{2}{81}}$ //

(3) n人がじゃんけんするとき．ちょうど2種類の「手」が出たときのみ勝敗が決まる．

2種類 の手の出し方は ${}_3C_2\times(2^n-2)$ 通り．

∴勝敗が決まるのは $\dfrac{3\cdot(2^n-2)}{3^n}=\dfrac{2^n-2}{3^{n-1}}$

∴ $\dfrac{2^n-2}{3^{n-1}}<\dfrac{1}{2} \iff \dfrac{2^n-2}{3^n}<\dfrac{1}{6}$

これは，$n=4$のときは $\dfrac{14}{81}>\dfrac{1}{6}$ で成り立たず，$n=5$ のときはじめて

$\dfrac{30}{243}<\dfrac{1}{6}$ となり成り立つ ∴ $\underline{n=5}$ //