

2018年薬学部第5問

5  $p$  と  $q$  をそれぞれ実数として,  $xy$  平面上の2つの放物線

$$C_1: y = 2x^2$$

$$C_2: y = -x^2 + px + q$$

が唯一つの共有点  $(1, 2)$  をもち, その共有点での接線が一致している. さらに,  $t$  を正の実数とし, 放物線  $C_2$  を  $x$  方向に  $-t$ ,  $y$  軸方向に  $2t$  だけ平行移動して得られる放物線を  $C_3$  とする. 次の問に答えよ.

(1)  $p = \boxed{35}$ ,  $q = -\boxed{36}$  である.

(2) 放物線  $C_1$  と  $C_3$  とで囲まれた部分の面積を  $S(t)$  とする. ただし,  $C_1$  と  $C_3$  とで囲まれた部分が無い場合には  $S(t) = 0$  とする. このとき

$$S(t) = \begin{cases} \frac{4(-\boxed{37}t^2 + \boxed{38}\boxed{39}t)^{\frac{3}{2}}}{\boxed{40}\boxed{41}} & (0 < t < \boxed{42}) \\ 0 & (t \geq \boxed{42}) \end{cases}$$

である.

(3)  $t > 0$  において  $S(t)$  は  $t = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}$  で最大値  $\boxed{45}\boxed{46}\sqrt{\boxed{47}}$  をとる.