

2018年薬学部第5問

5  $p$ と $q$ をそれぞれ実数として、 $xy$ 平面上の2つの放物線

$$C_1: y = 2x^2$$

$$C_2: y = -x^2 + px + q$$

が唯一つの共有点(1, 2)をもち、その共有点での接線が一致している。さらに、 $t$ を正の実数とし、放物線 $C_2$ を $x$ 方向に $-t$ 、 $y$ 軸方向に $2t$ だけ平行移動して得られる放物線を $C_3$ とする。次の問に答えよ。

(1)  $p = \boxed{35}$ 、 $q = -\boxed{36}$ である。

(2) 放物線 $C_1$ と $C_3$ とで囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする。ただし、 $C_1$ と $C_3$ とで囲まれた部分が無い場合には $S(t) = 0$ とする。このとき

$$S(t) = \begin{cases} \frac{4(-\boxed{37}t^2 + \boxed{38}\boxed{39}t)^{\frac{3}{2}}}{\boxed{40}\boxed{41}} & (0 < t < \boxed{42}) \\ 0 & (t \geq \boxed{42}) \end{cases}$$

である。

(3)  $t > 0$ において $S(t)$ は $t = \frac{\boxed{43}}{\boxed{44}}$ で最大値 $\boxed{45}\boxed{46}\sqrt{\boxed{47}}$ をとる。