



2014年農学部第6問



6 次の問いに答えよ.

(1) $xy + y^2 + xz + yz$ を因数分解せよ. (1) (与式) $= x(y+z) + y(y+z)$ (2) a, b, c ($a < b < c$) は連続した自然数とする. このとき

$$ab + b^2 + ac + bc$$

を4で割った余りが3であることを示せ.

(3) a, b, c ($a < b < c$) は連続した自然数とする. このとき

$$a^2b + a^2c + ab^2 + b^2c + bc^2 + ac^2 + 2abc$$

は6の倍数であることを示せ.

$$\begin{aligned} (3) \text{ (与式)} &= a(ab + b^2 + ac + bc) \\ &\quad + c(ab + b^2 + ac + bc) \\ &= (a+c)(ab + b^2 + ac + bc) \end{aligned}$$

 $a = n-1, b = n, c = n+1$ を代入すると

$$\begin{aligned} \text{(与式)} &= 2n \cdot (4n^2 - 1) \\ &= (2n-1) \cdot 2n \cdot (2n+1) \end{aligned}$$

これは連続する3つの整数の積なので、3の倍数かつ2の倍数.

すなわち6の倍数となる \square

$$= \underline{(x+y)(y+z)}$$

(2) (1)より

$$\text{(与式)} = (a+b)(b+c)$$

ここで、 $a = n-1, b = n, c = n+1$

を代入すると

$$\begin{aligned} \text{(与式)} &= (2n-1)(2n+1) \\ &= 4n^2 - 1 \\ &= 4(n^2 - 1) + 3 \end{aligned}$$

 \therefore 4で割った余りは3となる \square