

2017年 理工学部 第2問

2 点 O を中心とする半径 r の球面上に 3 点 A, B, C があり, $|\vec{AB}| = \sqrt{10}$, $|\vec{AC}| = 2$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -2$ であるとする. また, 3 点 A, B, C を通る平面を α とし, 点 O は平面 α 上にないとする. さらに, $\triangle ABC$ の重心を G とし, 直線 OG 上に点 D があり, 線分 DG の中点が点 O であるとする.

(1) $\triangle ABC$ の面積は であり, $\vec{OB} \cdot \vec{OC} =$ である.

(2) 点 P の位置ベクトルは $\vec{OP} = -3\vec{OA} + x\vec{OB} + y\vec{OC}$ (x, y は実数) と表され, かつ直線 OP は平面 α に直交しているとする. このとき, $x =$, $y =$ である. いま, t を実数とし, 点 H を $\vec{DH} = t\vec{OP}$ によって決まる点とすると,

$$\vec{AH} = \text{セ} \vec{OA} + \text{ソ} \vec{OB} + \text{タ} \vec{OC}$$

である. さらに, 点 H が平面 α 上にあるとすると, $t =$ である.

(3) 四面体 $ABCD$ の体積は である.