



2017年 医学部 第3問

3 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{2n}{n+1}a_n + \frac{2^{n+1}}{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また自然数 p に対して二つの条件

(ア) ある自然数 k を用いて $p = 3 \times 2^k$ と表される.

(イ) ある自然数 m, n ($m < n$) を用いて $p^2 = a_m + a_n$ と表される.

を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ.
- (2) 一般項 a_n を推測し, それが正しいことを数学的帰納法によって示せ.
- (3) 条件 (ア) が成り立っているとき, 条件 (イ) が成り立つことを示せ.
- (4) 条件 (イ) が成り立っているとき, 条件 (ア) が成り立つことを示せ.