



2013年文系第1問

 数理
石井K

1 以下の問いに答えよ.

- (1) 整数 x, y が $25x - 31y = 1$ を満たすとき, $x - 5$ は 31 の倍数であることを示せ.
 (2) $1 \leq y \leq 100$ とする. このとき, 不等式

$$0 \leq 25x - 31y \leq 1$$

を満たす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

$$(1) 25(x-5) + 125 - 31y = 1$$

$$\therefore 25(x-5) = 31(y-4)$$

ここで, 25 と 31 は互いに素なので, $x-5$ は 31 の倍数 \square

- (2) $25x - 31y$ は x, y : 整数より, 整数であるから.

$$0 \leq 25x - 31y \leq 1 \iff 25x - 31y = 0 \text{ または } 25x - 31y = 1$$

(i) $25x - 31y = 0$ のとき.

$25x = 31y$ より, 25 と 31 は互いに素であることから.

(x は 31 の倍数), y は 25 の倍数 となる.

$$1 \leq y \leq 100 \text{ より, } y = 25, 50, 75, 100$$

$$\therefore (x, y) = (31, 25), (62, 50), (93, 75), (124, 100)$$

(ii) $25x - 31y = 1$ のとき.

(1) より, $x = 31k + 5$ (k : 整数) とおけるので $25x - 31y = 1$ に代入して.

$$y = 25k + 4 \quad \therefore 1 \leq y \leq 100 \text{ より } y = 4, 29, 54, 79$$

$$\therefore (x, y) = (5, 4), (36, 29), (67, 54), (98, 79)$$

(i), (ii) より.

$$(x, y) = (5, 4), (31, 25), (36, 29), (62, 50), (67, 54), (93, 75), (98, 79)$$

$$(124, 100)$$

〃