2014 年 理工・生命科学・食環境科学 第 4 問



$\boxed{4}$ $C_1$ を半径 1 の円とする．$H_1$ を円 $C_1$ に内接する正六角形とし，正六角形 $H_1$ に内接する円を $C_2$ とする．次の各問に答えよ．

(1) 円 $C_2$ の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$ である．　ア 3　イ 2

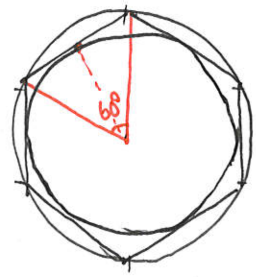
右下の図より． $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ //

(2) 円 $C_2$ に内接する正六角形を $H_2$ とする．この操作を繰り返し，10 個の円 $C_1$, $C_2$, …, $C_{10}$ を作る．このとき，$C_1$, $C_2$, …, $C_{10}$ の円周の長さの総和は

$$\frac{\boxed{ウ}\boxed{エ}\boxed{オ}\boxed{カ}+\boxed{キ}\boxed{ク}\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{256}\pi$$

である．　ウ 1　エ 5　オ 6　カ 2　キ 7　ク 8　ケ 1　コ 3

(3) 円 $C_1$ に内接する正十二角形に，円 $C'$ が内接している．このとき，$C'$ の半径は $\dfrac{\boxed{サ}+\sqrt{\boxed{シ}}}{2\sqrt{2}}$ である．　サ 1　シ 3




(2) $C_1$, $C_2$, $C_3$, … の半径は

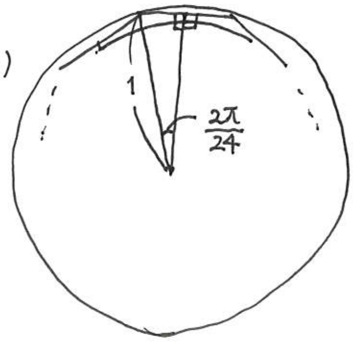
$1$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$, … となるから．

円周の長さの総和は

$$2\pi\cdot 1+2\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+2\pi\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\cdots 2\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^9=2\pi\cdot\frac{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{10}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$=\frac{1562+781\sqrt{3}}{256}\pi \quad //$$

(3)




$$(C'\text{の半径})=1\cdot\cos\frac{2\pi}{24}$$

$$=\cos\frac{\pi}{12}$$

ここで，半角の定理より． $\cos^2\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{1+\cos\frac{\pi}{6}}{2}$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{4}$$

$\because \cos\dfrac{\pi}{12}>0$ より． $\cos\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}=\dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ //