

2016年医学部第1問

1 次の各問いに答えなさい。

- (1) ある高校で受験生100人に対して大学合格者数の調査をした。A大学、B大学、C大学、D大学、E大学、F大学の合格者数は、それぞれ5人、8人、10人、12人、15人、15人であった。これら6大学すべてに合格した受験生は3人で、E大学とF大学両方に合格した受験生は13人であった。6大学のうち少なくとも1つの大学に合格した受験生は、何人以上何人以下であるか求めなさい。
- (2) 2種類の薬品A、Bがあり、それぞれの薬品1gあたりの成分P、Qの含有量は、下表のとおりである。この2つの薬品を混ぜ合わせて、成分Pを10mg以上、かつ、成分Qを30mg以上含むようにする。使用する薬品の質量の合計を最小にするためには、それぞれの薬品を何gずつ使用すればよいか答えなさい。ただし、薬品を組み合わせることによって、質量に影響をあたえる化学変化は起きないものとする。ただし、 $1\text{mg} = 0.001\text{g}$ である。

	成分P	成分Q
薬品A	3mg	2mg
薬品B	5mg	1mg

- (3)  $t$ は $t \neq \pm 1$ を満たす実数とし、 $x$ の方程式  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-t} = 0$ を考える。
- (i) 方程式が正と負の解を1つずつもつことを示しなさい。
- (ii) 方程式の負の解を $\alpha$ とする。 $t$ が $t > 1$ の範囲で変化するとき、 $\alpha$ の存在する範囲を求めなさい。
- (4) 1辺の長さが2の正三角形ABCがある。点B、Cから直線BCに関して点Aと同じ側に辺BCと垂直な半直線BX、CYを引く。半直線BX、辺AB、BC、CA、半直線CYの上にそれぞれ点P、Q、R、S、Tをとり、
- $$PQ \parallel BC, \quad \cos \angle BQR = \sqrt{2} \cos \angle BQP,$$
- $$\angle BRQ = \angle CRS, \quad \sqrt{2} \cos \angle CST = -\cos \angle ASR$$
- となるようにする。
- (i)  $\angle CRS$ の大きさを求めなさい。
- (ii)  $BP = x$ ,  $CT = y$ とすると、 $x$ と $y$ の間に成り立つ関係式を求めなさい。
- (5) 1の目の反対側が6、2の目の反対側が5、3の目の反対側が4である立方体のサイコロがある。最初は1の目が上の面であるとする。このサイコロを横の面のいずれかが上になるように倒す。この操作を繰り返して $n$ 回目にどの目が上の面であるかを調べる。ただし、1回の操作で、4つの横の面のそれぞれが上の面になる確率は等しいとする。
- (i)  $n$ 回目に2または5の目が上の面である確率 $p_n$ を求めなさい。
- (ii)  $n$ 回目に1の目が上の面である確率 $q_n$ を求めなさい。