

2016年 医学部 第1問

1 次の各問いに答えなさい。

- (1) ある高校で受験生 100 人に対して大学合格者数の調査をした。A 大学, B 大学, C 大学, D 大学, E 大学, F 大学の合格者数は, それぞれ 5 人, 8 人, 10 人, 12 人, 15 人, 15 人であった。これら 6 大学すべてに合格した受験生は 3 人で, E 大学と F 大学両方に合格した受験生は 13 人であった。6 大学のうち少なくとも 1 つの大学に合格した受験生は, 何人以上何人以下であるか求めなさい。
- (2) 2 種類の薬品 A, B があり, それぞれの薬品 1g あたりの成分 P, Q の含有量は, 下表のとおりである。この 2 つの薬品を混ぜ合わせて, 成分 P を 10mg 以上, かつ, 成分 Q を 30mg 以上含むようにする。使用する薬品の質量の合計を最小にするためには, それぞれの薬品を何 g ずつ使用すればよいか答えなさい。ただし, 薬品を組み合わせることによって, 質量に影響をあたえる化学変化は起きないものとする。ただし, $1\text{mg} = 0.001\text{g}$ である。

| | 成分 P | 成分 Q |
|------|------|------|
| 薬品 A | 3mg | 2mg |
| 薬品 B | 5mg | 1mg |

- (3) t は $t \neq \pm 1$ を満たす実数とし, x の方程式 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-t} = 0$ を考える。
- (i) 方程式が正と負の解を 1 つずつもつことを示しなさい。
- (ii) 方程式の負の解を α とする。 t が $t > 1$ の範囲で変化するとき, α の存在する範囲を求めなさい。
- (4) 1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC がある。点 B, C から直線 BC に関して点 A と同じ側に辺 BC と垂直な半直線 BX, CY を引く。半直線 BX, 辺 AB, BC, CA, 半直線 CY の上にそれぞれ点 P, Q, R, S, T をとり,
- $$PQ \parallel BC, \quad \cos \angle BQR = \sqrt{2} \cos \angle BQP,$$
- $$\angle BRQ = \angle CRS, \quad \sqrt{2} \cos \angle CST = -\cos \angle ASR$$
- となるようにする。
- (i) $\angle CRS$ の大きさを求めなさい。
- (ii) $BP = x, CT = y$ とするとき, x と y の間に成り立つ関係式を求めなさい。
- (5) 1 の目の反対側が 6, 2 の目の反対側が 5, 3 の目の反対側が 4 である立方体のサイコロがある。最初は 1 の目が上の面であるとする。このサイコロを横の面のいずれかが上になるように倒す。この操作を繰り返して n 回目にどの目が上の面であるかを調べる。ただし, 1 回の操作で, 4 つの横の面のそれぞれが上の面になる確率は等しいとする。
- (i) n 回目に 2 または 5 の目が上の面である確率 p_n を求めなさい。
- (ii) n 回目に 1 の目が上の面である確率 q_n を求めなさい。