



2014年 理工学部 第4問

4 xy 平面上に $x = 2\cos 2\theta$, $y = 2\cos 3\theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) と媒介変数表示された曲線 C を考える。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $t = \cos \theta$ とおいて、 x と y を t の式で表せ。
 (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ において、 y を x の式で表せ。また、 $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ において、 y を x の式で表せ。
 (3) 曲線 C の概形を描け。

(1) $x = 2(2\cos^2\theta - 1)$, $y = 2(4\cos^3\theta - 3\cos\theta)$ より

$$\underline{x = 4t^2 - 2, \quad y = 8t^3 - 6t} //$$

(2) (i) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき。

$$0 \leq t \leq 1 \text{ なので } t = \sqrt{\frac{x+2}{4}} \quad \therefore \underline{y = (x-1)\sqrt{x+2}} //$$

(ii) $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ のとき。

$$-1 \leq t \leq 0 \text{ なので } t = -\sqrt{\frac{x+2}{4}} \quad \therefore \underline{y = (1-x)\sqrt{x+2}} //$$

(3) (2) より どちらの場合も $-2 \leq x \leq 2$ であり

グラフは x 軸に関して対称なので、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の場合を調べる。

$$\begin{aligned} y' &= \sqrt{x+2} + (x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \\ &= \frac{3(x+1)}{2\sqrt{x+2}} \end{aligned}$$

x	-2	...	-1	...	2
y'			-	0	+
y	0	↓	-2	↑	2

∴ よって増減表は右のようになる。

よってグラフは右のようになる。

