

2010年工学部第5問

5 関数 $y = f(x)$ は 0 以上の実数 x に対して定義され、正の値をとる関数である。図はこの関数のグラフの一部を表している。 $0 \leq t < u$ を満たす 2 つの実数 t と u に対して、 x 軸、2 つの直線 $x = t$ 、 $x = u$ とこのグラフとで囲まれた領域（網掛け部分）の面積を $S(t, u)$ と書くことにする。また、面積が $S(t, u)$ と等しい長方形 ATUB を図のようにとり、その高さ AT を $g(t, u)$ で表すとき、 $g(t, u)$ は t, u の式として次のようになった。

$$g(t, u) = t^2 + tu + u^2 + t + u + 5$$

以下の問に答えなさい。

- (1) $S(1, 3)$ を求めなさい。
- (2) $S_0(x) = S(0, x)$ とおく。このとき、 $g(t, u)$ を関数 $S_0(x)$ を用いて表しなさい。
- (3) 正の実数 x に対して、 $f(x)$ を求めなさい。

