



2013年 医学部 第3問

3  $R, r$  を正の実数とし,  $2r < R \leq 3r$  とする. 右図のように, 原点  $O$  を中心とする半径  $R$  の固定された円  $S$  の内部に点  $O'$  を中心とする半径  $r$  の円  $T$  があり, 円  $T$  は円  $S$  に接しなからずばらずに転がるものとする. ただし, 点  $O'$  は点  $O$  のまわりを反時計まわりに動くものとする. はじめに点  $O'$  は  $(R-r, 0)$  の位置にあり, 円  $T$  上の点  $P$  は  $(R, 0)$  の位置にあるとする.  $x$  軸の正の部分と動径  $OO'$  のなす角が  $\theta$  ラジアンするとき, 点  $P$  の座標を  $(x(\theta), y(\theta))$  とする. このとき, 次の問に答えよ.



- (1)  $x(\theta), y(\theta)$  を  $\theta$  を用いて表せ.
- (2)  $0 < \theta < \frac{2r}{R} \cdot \frac{3}{2}\pi$  において,  $x(\theta)$  が最小となるときの  $\theta$  の値を求めよ.
- (3)  $R = 3, r = 1$  とする.  $\theta > 0$  で点  $P$  がはじめて  $x$  軸に到達したときの角  $\theta_0$  を求めよ. また,  $0 \leq \theta \leq \theta_0$  のとき,  $y(\theta) \geq 0$  を示せ.
- (4)  $R = 3, r = 1$  とする.  $0 \leq \theta \leq \theta_0$  における点  $P$  の軌跡と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ.