



2010年工学部第4問

4 x の微分可能な関数を成分とする行列 $M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$ に対し, M の各成分を x で微分した行列

$\begin{pmatrix} m'_{11} & m'_{12} \\ m'_{21} & m'_{22} \end{pmatrix}$ を M' と表す. $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ および $b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$ を x の微分可能な関数とし,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

とおく.

- (1) 等式 $(AB)' = A'B + AB'$ が成り立つが, これを (1, 2) 成分について確かめよ.
- (2) A はすべての x について逆行列 A^{-1} を持つとする. このとき (1) の等式を用いて, $A'A^{-1} + A(A^{-1})'$ を求めよ.
- (3) A はすべての x について逆行列を持つとする. $(A^{-1})'$ を A^{-1}, A' を用いて表せ.