

2014年 経済・経営 第4問

4 2つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ を, $x_1 = 1$, $y_1 = 0$, かつ, 各自然数 n に対して,

$$x_{n+1} = x_n - y_n, \quad y_{n+1} = x_n + y_n$$

として定める. 次の問に答えなさい.

- (1) 各自然数 n に対して, $x_n^2 + y_n^2 = 2^{n-1}$ が成り立つことを示しなさい.
- (2) 各自然数 n に対して, $x_{n+1}x_n + y_{n+1}y_n$ および $x_{n+2}x_n + y_{n+2}y_n$ の値を求めなさい.
- (3) 各自然数 n に対して, xy 平面上に点 $P_n(x_n, y_n)$ をとる. このとき, $\angle P_{n+1}OP_n$ と $\angle P_{n+2}OP_n$ の大きさを求めなさい. ただし, 点 O は xy 平面の原点である.
- (4) 一般項 x_n , y_n を各々求めなさい.