高崎経済大学

2011年 経済・地域政策 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 放物線 $y=-(x-2)^2+1$ 上に点Pがある．点Pの x 座標を a とし，$\frac{1}{2} \leqq a \leqq \frac{3}{2}$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 放物線上の点Pにおける接線の方程式を求めよ．

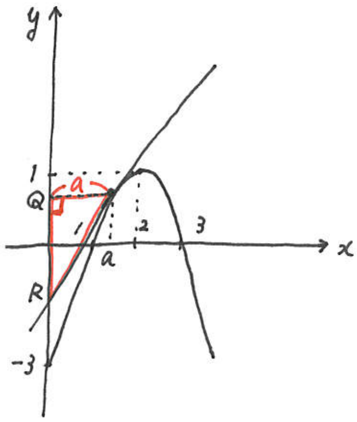
(2) 点Pから y 軸に下ろした垂線の足を点Qとする．また，(1)で求めた接線と y 軸の交点を点Rとする．△PQR の面積 S を a で表せ．点Pから y 軸に下ろした垂線と y 軸との交点のことである．

(3) (2)で求めた面積 S が最大になるときの a の値とその面積を求めよ．

(1) $y' = -2(x-2)$ ，P の座標は $(a, -(a-2)^2+1)$

$\therefore$ 接線は，$y = -2(a-2)(x-a) - (a-2)^2 + 1$

$\therefore$ $\underline{y = -2(a-2)x + a^2 - 3}$ //



(2) $Q(0, -a^2+4a-3)$，$R(0, a^2-3)$

$\therefore QR = -a^2+4a-3-a^2+3 = -2a^2+4a$

$\therefore S = \frac{1}{2}a \cdot (-2a^2+4a)$

$= \underline{-a^3+2a^2}$ //

(3) $S' = -3a^2+4a$

$= a(-3a+4)$

$\frac{1}{2} \leqq a \leqq \frac{3}{2}$ より $S'=0$ となるのは

$a = \frac{4}{3}$

a	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$	$\frac{3}{2}$
S'		$+$	0	$-$	
S		↗		↘	

$\therefore$ S は $\underline{a = \frac{4}{3} \text{ のとき最大値 } -\left(\frac{4}{3}\right)^3 + 2\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{32}{27} \text{ をとる}}$ //