



2017年 第4問

4  $n$  を自然数とする.  $0$  でない複素数からなる集合  $M$  が次の条件 (i), (ii), (iii) を満たしている.

(i) 集合  $M$  は  $n$  個の要素からなる.

(ii) 集合  $M$  の要素  $z$  に対して,  $\frac{1}{z}$  と  $-z$  はともに集合  $M$  の要素である.

(iii) 集合  $M$  の要素  $z, w$  に対して, その積  $zw$  は集合  $M$  の要素である. ただし,  $z = w$  の場合も含める.

このとき, 次の問に答えよ.

(1)  $1$  および  $-1$  は集合  $M$  の要素であることを示せ.

(2)  $n$  は偶数であることを示せ.

(3)  $n = 4$  のとき, 集合  $M$  は一通りに定まることを示し, その要素をすべて求めよ.

(4)  $n = 6$  のとき, 集合  $M$  は一通りに定まることを示し, その要素をすべて求めよ.