



2013年文系第2問

数理
石井K

2 等式

$$|x-3| + |y| = 2(|x+3| + |y|) \quad \dots (*)$$

を満たす xy 平面上の点 (x, y) からなる図形を T とする.

- (1) 点 (a, b) が T 上にあれば, 点 $(a, -b)$ も T 上にあることを示せ.
 (2) T で囲まれる領域の面積を求めよ.

(1) $x=a, y=b$ が $(*)$ を満たすとき, $x=a, y=-b$ も $(*)$ を満たすことをいえばよい.

$$x=a, y=b \text{ を代入すると, } |a-3| + |b| = 2(|a+3| + |b|) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x=a, y=-b \text{ を代入すると, } |a-3| + |-b| = 2(|a+3| + |-b|)$$

$$|-b| = |b| \text{ より, } \therefore |a-3| + |b| = 2(|a+3| + |b|) \Leftrightarrow \textcircled{1}$$

$\therefore (a, b)$ が T 上にあれば, $(a, -b)$ も T 上にある \square

(2) (1) と同様の議論により, $(a, -b)$ が T 上にあれば, (a, b) も T 上にあるので.

図形 T は x 軸に関して対称な図形である.

$\therefore y \geq 0$ の場合のみ考えればよい.

(i) $x \geq 3$ のとき,

$$(*) \text{ は, } x-3+y = 2(x+3+y) \quad \therefore y = -x-9$$

(ii) $-3 \leq x < 3$ のとき,

$$(*) \text{ は, } 3-x+y = 2(x+3+y) \quad \therefore y = -3x-3$$

(iii) $x < -3$ のとき,

$$(*) \text{ は, } 3-x+y = 2(-x-3+y) \quad \therefore y = x+9$$

右のグラフより, 面積は,

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times 2 = \underline{\underline{48}}$$

