

2014年薬学部第4問

4 正四面体  $OABC$  において辺  $OA$  の中点を  $D$ ，辺  $OB$  を  $1:2$  に内分する点を  $E$ ，辺  $OC$  を  $m:(1-m)$  に内分する点を  $F$  とする．ただし， $m$  は  $0 < m < 1$  を満たす実数の定数とする． $E$  から 3 点  $O, A, C$  の定める平面に垂線  $EH$  を下ろし，直線  $OH$  と線分  $DF$  の交点を  $I$  とする．三角形  $ODE$  の面積は  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$  であり，四面体  $ODEF$  の体積は正四面体  $OABC$  の体積の  $\frac{5}{54}$  倍である．このとき，

(1) 正四面体  $OABC$  の一辺の長さは  $\boxed{63} \sqrt{\boxed{64}}$  であり，体積は  $\boxed{65} \boxed{66} \sqrt{\boxed{67}}$  である．

(2)  $m = \frac{\boxed{68}}{\boxed{69}}$  である．

(3)  $\vec{OI}$  を  $\vec{OD}$  と  $\vec{OF}$  を用いて表すと， $\vec{OI} = \frac{\boxed{70} \boxed{71}}{\boxed{72} \boxed{73}} \vec{OD} + \frac{\boxed{74}}{\boxed{75} \boxed{76}} \vec{OF}$  である．