



2011年 第2問

2  $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  とする. 整数  $n \geq 1$  に対して, 次の試行により行列  $A_{n-1}$  から行列  $A_n$  を定める.

「数字の組  $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$  を一つずつ書いた 4 枚の札が入っている袋から 1 枚を取り出し, その札に書かれている数字の組が  $(i, i)$  のとき,  $A_{n-1}$  の  $(i, j)$  成分に 1 を加えた行列を  $A_n$  とする。」

この試行を  $n$  回 ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) くり返した後に,  $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$  が逆行列をもたず  $A_n$  は逆行列をもつ確率を  $p_n$  とする.

- (1)  $p_2, p_3$  を求めよ.
- (2)  $n-1$  回 ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) の試行をくり返した後に,  $A_{n-1}$  の第 1 行の成分がいずれも正で第 2 行の成分はいずれも 0 である確率  $q_{n-1}$  を求めよ.
- (3)  $p_n$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) を求めよ.