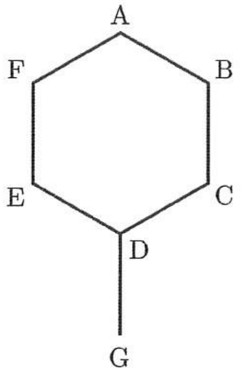
慶應義塾大学

2014年 薬学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 正六角形ABCDEFの頂点Dと正六角形の外部の点Gを線分で結んだ下のような図形がある．動点Pはこの図形の線分上を動き，点から点へ移動する．動点Pの隣接する点への移動には1秒間を要する．また，隣接する点が複数あるときは，等しい確率でどれか1つの点に移動するものとする．



(1) 動点PがAから出発して4秒後にGにいる確率は $\dfrac{\boxed{53}}{\boxed{54}\ \boxed{55}}$ である． $\dfrac{1}{12}$

(2) 動点PがAから出発して5秒後にDにいる確率は $\dfrac{\boxed{56}\ \boxed{57}}{\boxed{58}\ \boxed{59}}$ である． $\dfrac{17}{48}$

(3) 動点PがAから出発してDに到達した時点で移動を終了するとき，$2n+1$ 秒以内に移動を終了する確率は $\dfrac{\boxed{60}^{\,n}-\boxed{61}^{\,n}}{\boxed{62}^{\,n}}$ である．ただし，n は自然数とする．

4　3　4

(1) $A \to B \to C \to D \to G$ または $A \to F \to E \to D \to G$

$\therefore\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 = \underline{\frac{1}{12}}$ //

(2) (i) $A \to B \to C \to D \to E \to D$，(ii) $A \to B \to C \to D \to G \to D$，(i) $A \to B \to C \to D \to C \to D$

(iii) $A \to B \to A \to B \to C \to D$，(iii) $A \to B \to C \to B \to C \to D$，(iii) $A \to F \to A \to B \to C \to D$

これらとその逆回りなので，$\left\{\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2}_{(i)} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1}_{(ii)} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 3}_{(iii)}\right\} \cdot 2 = \underline{\frac{17}{48}}$ //

(3) 奇数秒後にいる可能性があるのは，B，F，D

$2n+1$ 秒以内に移動を終了する確率を P_n とおくと，$2n+1$ 秒後に B，F にいる確率は それぞれ

$\frac{1-P_n}{2}$ となる．　$\therefore\ P_{n+1} = P_n + \frac{1-P_n}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2$　　$\therefore\ P_{n+1} = \frac{3}{4}P_n + \frac{1}{4}$

$\therefore\ P_{n+1} - 1 = \frac{3}{4}(P_n - 1)$　　$\therefore\ \{P_n - 1\}$ は 初項 $P_1 - 1 = -\frac{3}{4}$，公比 $\frac{3}{4}$ の等比数列

$\therefore\ P_n - 1 = -\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$　　$\therefore\ P_n = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n = \underline{\frac{4^n - 3^n}{4^n}}$ //